Subiectul 9.2

	Soluție	Punctaj
a)	Pentru observarea că, datorită simetriei inelului, componentele câmpului electric din planul inelului se compensează două câte două, astfel încât câmpul electric rezultant într-un punct situat pe axa Oz este orientat numai pe această axă **<u>(0.75 p.)</u>** Pentru relația distanței de la un element de sarcină Δq până la punctul considerat și pentru modulul contribuției elementare la câmpul electric $r=\sqrt{R^2+z^2}$ **<u>(0.25 p.)</u>** $\Delta E=\dfrac{k\Delta q}{R^2+z^2}$ **<u>(0.25 p.)</u>** Pentru proiecția contribuției elementare ΔE pe axa Oz $\cos\alpha=\dfrac{z}{r}$; $\Delta E_z=\Delta E\cos\alpha=\dfrac{kz\Delta q}{\left(R^2+z^2\right)^{3/2}}$ **<u>(0.75 p.)</u>** Pentru însumarea contribuțiilor tuturor elementelor de sarcină de pe inel $E_z=\sum\Delta E_z \Rightarrow E_z=\dfrac{kz}{\left(R^2+z^2\right)^{3/2}}\cdot\sum\Delta q \Rightarrow E_z=\dfrac{kQz}{\left(R^2+z^2\right)^{3/2}}$ **<u>(0.50 p.)</u>** Pentru expresia finală a intensității câmpului electric și pentru precizarea sensului ei $E(z)=\dfrac{kQz}{\left(R^2+z^2\right)^{3/2}}$ Pentru $z>0$, vectorul câmpului electric este orientat în sensul pozitiv al axei Oz, iar pentru $z<0$ este orientat în sensul negativ al axei Oz. **<u>(0.50 p.)</u>**	**3.0 p.**
b)	Pentru scrierea forței electrostatice care acționează asupra bilei de sarcină $-q$ $F_e=-qE(z)=\dfrac{kQqz}{\left(R^2+z^2\right)^{3/2}}$ **<u>(0.50 p.)</u>** Pentru observarea că, în cazul distanțelor foarte mici față de centru, $z\ll R$, se poate neglija termenul z^2 în raport cu R^2, astfel încât $R^2+z^2\approx R^2 \Rightarrow \left(R^2+z^2\right)^{3/2}\approx R^3$ **<u>(0.50 p.)</u>** Pentru obținerea expresiei aproximative a forței $F_e\approx-\dfrac{kQq}{R^3}\cdot z$ **<u>(0.50 p.)</u>** Pentru concluzia că forța este de tip elastic $F_e=-k_{ef}\cdot z$ **<u>(0.50 p.)</u>** Pentru determinarea constantei elastice efective $k_{ef}=\dfrac{kQq}{R^3}$ **<u>(0.50 p.)</u>**	**2.5 p.**
c)	Pentru folosirea relației cunoscute a perioadei oscilațiilor unui oscilator armonic de constantă elastică k_{ef} $T=2\pi\sqrt{\dfrac{m}{k_{ef}}}$ **<u>(0.50 p.)</u>** Pentru înlocuirea expresiei constantei elastice efective $k_{ef}=\dfrac{kQq}{R^3}$ **<u>(0.50 p.)</u>** Pentru expresia finală a perioadei micilor oscilații $T=2\pi\sqrt{\dfrac{mR^3}{kQq}}$ **<u>(0.50 p.)</u>**	**1.5 p.**

d)	Pentru observarea că o poziție de echilibru poate exista numai sub planul inelului, adică în cazul când $z < 0$, deoarece numai acolo forța electrostatică este orientată în sus, iar cea de greutate în jos **(0.50 p.)** Pentru modulul forței electrostatice la distanța $a = \|z\|$ sub planul inelului $F_e = \dfrac{kQqa}{\left(R^2 + a^2\right)^{3/2}}$ **(0.50 p.)** Pentru observarea că existența unei poziții de echilibru impune condiția ca forța de greutate mg să nu depășească valoarea maximă a forței electrostatice $mg \le F_{e,\max}$ **(0.50 p.)** Pentru determinarea maximului funcției $\dfrac{a}{\left(R^2 + a^2\right)^{3/2}}$, folosind inegalitatea mediilor Inegalitatea mediilor aritmetică și geometrică, pentru termenii $a^2, \dfrac{R^2}{2}, \dfrac{R^2}{2}$ $\dfrac{a^2 + \dfrac{R^2}{2} + \dfrac{R^2}{2}}{3} \ge \sqrt[3]{a^2 \cdot \dfrac{R^2}{2} \cdot \dfrac{R^2}{2}}$ **(0.50 p.)** De unde obținem: $\left(R^2 + a^2\right)^3 \ge \dfrac{27}{4} a^2 R^4 \Rightarrow \dfrac{a}{\left(R^2 + a^2\right)^{3/2}} \le \dfrac{2}{3\sqrt{3}R^2}$ Cazul de egalitate deci și cazul de maxim are loc pentru toți termenii egali: $a^2 = \dfrac{R^2}{2} \Rightarrow a = \dfrac{R}{\sqrt{2}}$ Pentru calculul valorii maxime a forței electrostatice $F_{e,\max} = \dfrac{2kQq}{3\sqrt{3}R^2}$ **(0.50 p.)** Pentru condiția finală dintre parametrii sistemului astfel încât să existe o poziție $z_e < 0$ de echilibru $mg \le \dfrac{2kQq}{3\sqrt{3}R^2}$ **(0.50 p.)**	3.0 p.
	Total max	**10.0 p.**